Kondiční cvičení – kombinatorika – 3. ročník

1. Ve třídě 3.C se vyučuje 11 různých předmětů. Kolika způsoby lze sestavit rozvrh na jeden den, vyučuje-li se v tento den 6 různých předmětů? [332 640]

2. Kolik čtyřciferných čísel můžeme vytvořit z číslic 0, 1, 2, 3, 4. Kolik z nich je a) sudých b) lichých c) dělitelných 5 [500; a) 300; b) 200; c) 100]

3. Kolika způsoby lze postavit 20 žáků do řady při nástupu na tělocvik? [2 432 902 008 176 640 000 = 20!]

4. Ve skupině je 20 dětí, každé dvě děti mají jiné jméno. Je mezi nimi i Alena a Jana. Kolika způsoby lze vybrat 8 dětí tak, aby mezi vybranými
   a) byla Alena,
   b) nebyla Alena,
   c) byla Alena a Jana,
   d) byla alespoň jedna z dívek Alena, Jana,
   e) byla nejvýše – " – – " –,
   f) nebyla ani Alena, ani Jana?

   [a) 50 388 b) 75 582 c) 18 564 d) 82 212 e) 107 406 f) 43 758]

5. Zvětší-li se počet prvků o 4, zvětší se počet variací druhé třídy bez opakování z nich vytvořených třikrát. Určete původní počet prvků.

6. Zmenší-li se počet prvků o 6, zmenší se počet kombinací [6] 2. třídy bez opakování o 27. Určete původní počet prvků. [8]

7. Upravte, určete podmínky pro n

   a) $\dfrac{(n+1)!}{(n-1)!}$ b) $\dfrac{(n-100)!}{(n-99)!}$

   c) $\dfrac{1}{n!} - \dfrac{n}{(n+1)!}$ d) $\dfrac{2}{n!} - \dfrac{2n}{(n+1)!} - \dfrac{2n+4}{(n+2)!}$

   [a) n^2+n $n \geqq 1$ $n \in \mathbb{Z}$ b) $\dfrac{1}{n-99}$ $n \geqq 100$ $n \in \mathbb{Z}$
   c) $\dfrac{1}{(n+1)!}$ $n \geqq 0$ $n \in \mathbb{Z}$ d) 0 $n \geqq 0$ $n \in \mathbb{Z}$]

8. Řešte rovnici

   a) $\dfrac{3(n+2)!}{n!} - 22n = 2$ b) $\dfrac{2(n+1)!}{(n-1)!} - 9n = -3$

   c) $\dfrac{2(n-1)!}{(n-3)!} - n = 8$ d) $\dfrac{(n+5)!}{(n+3)!} - 14n + n^2 = 17$

   [a) 4 b) 3 c) 4 d) 1]

9. Řešte rovnici

   a) $\dfrac{(x-4)! + (x-2)!}{(x-3)!} = 3$ b) $\dfrac{(n+2)! - n!}{n!} = 11$ c) $\dfrac{(x-3)! + (x-1)!}{(x-2)!} = 3$

   [a) 4 b) 2 c) 3]

10. Řešte rovnici

    a) $\binom{n}{2} + \binom{n-1}{2} = 16$ b) $\binom{n-1}{2} + \binom{n-2}{2} = 9$

    c) $\binom{x-1}{x-3} - x = 8$ d) $\binom{x+1}{x-1} - 2n = 5$ [a) 5 b) 5 c) 7 d) 5]